



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - VÂLCEA
17.02.2018
CLASA A IX-A**

SUBIECTUL 1

- a) Fie $a, b \in \mathbf{R}$ și $x, y > 0$. Arătați că $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$.
- b) Se dă șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ de numere reale pozitive. Știind că $\sum_{k=1}^n a_k^2 = n \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \frac{2n+1}{3}$, $\forall n \geq 1$ arătați că $a_n = n$, $\forall n \geq 1$.
- c) Arătați că $\sum_{k=1}^n \frac{k^2}{k+1} > n \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \frac{n+1}{n+3}$, $\forall n \geq 2$.

Prof. Mihaela Molodeț, Drăgășani

SUBIECTUL 2

Șirurile $(a_n)_{n \geq 1}$ și $(b_n)_{n \geq 1}$ sunt definite prin: $a_1 = 2018, b_1 = 2017$, iar $a_{n+1} = 2018a_n + 2017b_n - 1$ și $b_{n+1} = 2017a_n + 2018b_n + 1$, $\forall n \geq 1$. Să se calculeze $b_{2017} - a_{2017}$.
G.M. Nr. 10 / 2017, Prof. D.M. Bătinețu-Giurgiu, București

SUBIECTUL 3

Fie triunghiul ABC și $A' \in BC$, $B' \in AC$, $C' \in AB$ astfel încât AA' , BB' , CC' sunt concurente în punctul M .

- a) Arătați că $\frac{MA}{MA'} = \frac{C'A}{C'B} + \frac{B'A}{B'C}$.
- b) Arătați că dacă $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$ atunci punctul M este centrul de greutate al triunghiului ABC .

Prof. Cătălin Badea, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL 4

Notăm cu $[a]$ partea întreagă a lui a .

- a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left[\frac{2x-1}{3} \right] + \left[\frac{4x+1}{6} \right] = \frac{5x-4}{3}$.
- b) Arătați că $\left[\sqrt{n} + \sqrt{n+3} \right] = \left[\sqrt{4n+6} \right]$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Prof. Cătălin Bîrzescu, Rm. Vâlcea

Notă : Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Toate subiectele sunt obligatorii.